

使用 GAO-YONG 方程组对湍流边界层 拟序结构特性的研究

刘 波, 高 歌

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100083)

摘要: 与以往的湍流模型不同, GAO-YONG 不可压湍流控制方程组不需要任何经验系数及壁面函数。其级数形式的能量方程与非线性现象多尺度层次相对应, 具备了描述湍流统计平均和拟序结构的双重功能。本文采用交错网格和 SIMPLE 方法求解 GAO-YONG 不可压湍流方程组, 考察了 GAO-YONG 方程组中能量方程阶数以及计算网格对拟序结构的影响, 证明了该方程在描述拟序结构方面具有一定的适应性。

关键词: 航空、航天推进系统; 湍流; GAO-YONG 方程; 拟序结构

中图分类号: V211.7; V211.1; O357.5

文献标识码: A

The Simulation of Coherent Structure in Turbulence Boundary Layer Using GAO-YONG Turbulence Equations

LIU Bo, GAO Ge

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Unlike widely used turbulence models, the GAO-YONG model equations use no empirical coefficients or wall functions. And series form of energy equation corresponds to the scales of nonlinearity. In this paper, two-dimensional, incompressible turbulent boundary layer with zero pressure gradient is numerically simulated with GAO-YONG turbulence model. Employing staggered grid arrangement, an incompressible SIMPLE code is used. The calculation successfully simulates the coherent structures in the turbulent boundary layer and the effect of the order of the energy equation and grid scales on the coherent structures. All the results verify the adaptability of the equations to real intermittent turbulent flow.

Key words: aerospace propulsion system; turbulence; GAO-YONG rational model; coherent structure

1 引 言

“拟序结构”, 或称相干结构, 是指在切变湍流场中不规则地被触发的一种序列运动, 它的起始时刻和位置是不确定的, 而且它的运动形式、强度和尺度随着流动类型(如射流、尾流和壁面湍流等)的不同而不同, 但一经触发, 它就以某种确定

的次序发展成特定的运动状态。它的这种特点还表现为: 在通常的长时间平均中, 它们和其它不规则运动将一起被过滤掉。

切变湍流场中拟序结构的发现, 丰富和深化了人们对于湍流机理不同侧面的认识; 改变了人们认为湍流脉动是完全随机过程的传统观点; 展示了湍流表观的无序运动中包含的某种内在有序

性,这种有序的结构在湍流动能的产生与湍流的维持起主导作用,是湍流的又一本性质流动特征。事实上,通过对湍流拟序结构的研究,使人们能更全面和深入地认识湍流发生、发展和演化的过程,了解和掌握各种尺度涡结构对雷诺应力、质量能量的传输的不同贡献,从而推动湍流研究的发展。同时,对湍流拟序结构的研究与减阻、降噪和传热传质等工程实际问题也密切相关。

湍流边界层中拟序结构的发现是对传统的湍流统计理论的一个挑战,并引起了争论,同时也促使人们去进一步研究近壁区湍流的特性。随着非接触光学测量技术的成熟,人们开始定量的研究近壁区拟序结构,发展了多种条件采样技术和猝发检测方法检测猝发过程和测定猝发频率,但定量测量结果较为分散和相互矛盾^[1]。

由于计算机的迅速发展,计算流体力学得到了很快的发展,大涡模拟 (LES)和直接数值模拟 (DNS)技术开始被用于湍流拟序结构研究。LES的基本思想是把湍流运动分成大尺度和小尺度两部分运动,小尺度量通过滤波函数建立与大尺度量的关系,大尺度量通过数值计算得到。但是现有的各种大涡模拟模型都存在 2 个缺点:一是采用较粗网格后未引入湍流粘性系数,二是采用滤

平均流相关方程:

$$\text{连续方程: } \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$x \text{ 方向动量方程: } \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu_L \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial \bar{\sigma}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\tau}_{xy}}{\partial y} \quad (2)$$

$$y \text{ 方向动量方程: } \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \nu_L \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial \bar{\tau}_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\sigma}_y}{\partial y} \quad (3)$$

漂移流相关方程:

$$\text{连续方程: } \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

x 方向动量方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} + \nu_L \left(\frac{\partial^2 (\tilde{u} - \bar{u})}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (\tilde{u} - \bar{u})}{\partial y^2} \right) + \\ & \frac{\partial (\tilde{\sigma}_x - \bar{\sigma}_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\tilde{\tau}_{xy} - \bar{\tau}_{xy})}{\partial y} - \tilde{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \tilde{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \end{aligned} \quad (5)$$

y 方向动量方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial y} + \nu_L \left(\frac{\partial^2 (\tilde{v} - \bar{v})}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (\tilde{v} - \bar{v})}{\partial y^2} \right) + \\ & \frac{\partial (\tilde{\tau}_{yx} - \bar{\tau}_{yx})}{\partial x} + \frac{\partial (\tilde{\sigma}_y - \bar{\sigma}_y)}{\partial y} - \tilde{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \tilde{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \end{aligned} \quad (6)$$

机械方程:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left[\left(l_i \frac{\partial}{\partial x_j} \right)^n \bar{u}_i \right] \cdot \tilde{u}_i}{n!} = l_i \left[\left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu_L \frac{\partial^2 (\tilde{u}_i - \bar{u}_i)}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial (\tilde{\tau}_{ij} - \bar{\tau}_{ij})}{\partial x_j} - \tilde{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) \right] \quad (7)$$

波函数得到的小涡对大涡的作用力项不准确,未能真实反映高阶项影响。这导致了大涡模型不得不采用很密的网格 ($10^6 \sim 10^8$),而且计算结果与真实间歇流动仍有偏离,违背了建立大涡模拟的初衷^[2]。N-S 方程可以在连续介质概念成了的最小尺度上描述湍流,并且展示各种结构现象,但是 N-S 方程的直接数值模拟所能适应的 Reynolds 数范围远远低于大多数工程实际问题的 Reynolds 数,直接数值模拟所采用的超密网格 ($10^6 \sim 10^9$) 也不适宜工程计算^[2]。GAO-YANG 方程组中能量方程的级数形式与非线性现象多尺度层次相对应,具备了描述湍流统计平均和拟序结构的双重功能。本文使用该方程组计算模拟二维湍流边界层的拟序结构,考察能量方程阶次和网格大小对拟序结构的影响。

2 湍流模型和计算方法

2.1 方程形式

方程的具体推导及各项的物理意义见文献 [2],这里直接给出平均流连续方程、动量方程,漂移流连续方程、动量方程,机械能方程及涡团粘性系数张量如下:

粘性系数张量:

$$\xi = C_s \tilde{l} u \quad (8)$$

其中:

(1) u 和 v 是速度矢量, ρ 是流体密度, p 是流体压强, ν_L 是层流粘性系数, τ_T 是湍流应力张量, ξ 是各向异性涡团粘性系数张量, l 是漂移位矢, C_s 是实度系数;

(2) 上标“—”和“~”分别对应平均流和漂移流;

(3) 湍流应力张量利用各向异性涡团粘性系数张量及应变率算出, 具体方程详见文献[2]数值计算中采用上述方程的无量纲形式, 并且使用控制容积法, 本文采取的无量纲形式为:

$$\left. \begin{aligned} (x^*, y^*, z^*) &= \frac{(x, y, z)}{L} \\ (u^*, v^*) &= \frac{(u, v)}{u_\infty}, \quad p^* = \frac{p}{\rho_\infty u_\infty} \\ \mu^* &= \frac{1}{Re} \frac{\mu}{\mu_\infty}, \quad \rho^* = \frac{\rho}{\rho_\infty u_\infty} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

2.2 计算方法

使用 SIMPLE 方法及交错网格对流场进行计算。

SIMPLE 算法的主要思想是, 采用分离式的迭代求法 (segregated method), 即先求解 u 速度场, 再求解 v 速度场, 最后利用连续方程使假定的压力场随迭代不断改进, 直至收敛。对于本文中的所有算例, 方程组的求解步骤为: (1) 求解漂移流 $\bar{u}$ 速度场, 再求解漂移流 $\tilde{v}$ 速度场, 最后利用漂移流连续方程修正漂移压力场和速度场; (2) 求解机械能方程, 得出漂移位矢 λ , 进而得出湍流粘性系数; (3) 求解 u 速度场, 再求解 v 速度场, 最后利用漂移流连续方程修正压力场和平均速度场; (4) 若未收敛, 回到 (1) 再行迭代求解。

离散后生成五对角代数方程组, 用交替方向的逐线迭代的 TDMA 算法求解。

3 计算结果

在本文中, 为了验证方程组能量方程阶次和网格大小对拟序结构的影响, 计算采用: (1) 在同一套网格上, 分别用能量方程的一阶项和二阶项计算; (2) 使用能量方程的一阶项, 分别在不同的网格上计算。以下为计算结果。

3.1 指数网格、一阶能量方程计算结果

计算域为 6.0×0.5 的矩形域, 采用矩形网格, 网格划分为 81×41 。 x 方向均分, y 方向指数

加密, 入口和近壁面区网格较密^[3], 近壁区网格最小量级为 10^{-9} 。进口边界条件给定、底面采用无滑移条件、出口和外边界所有变量外推。来流雷诺数为 2.2×10^7 。

3.2 指数网格、二阶能量方程计算结果

网格、边界条件和来流雷诺数等参数同 3.1。

3.3 双曲网格、一阶能量方程计算结果

计算域为 6.0×0.5 的矩形域, 采用矩形网格, 网格划分为 81×41 。 x 方向均分, y 方向采用双曲函数加密^[4], 入口和近壁面区网格较密, 近壁区网格最小量级为 10^{-6} 。边界条件和来流雷诺数同 3.1。

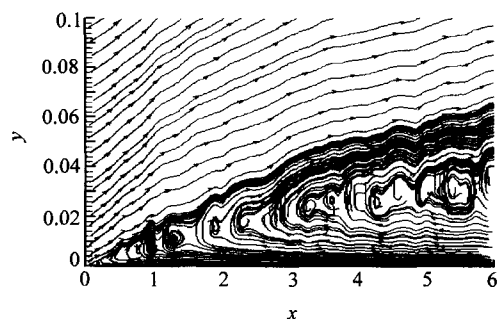
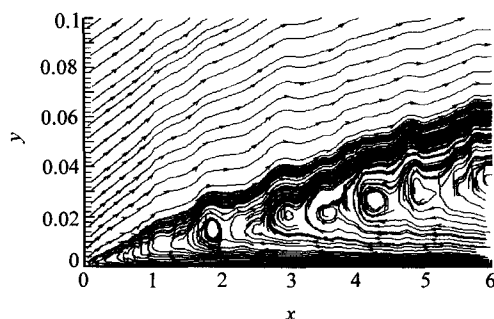
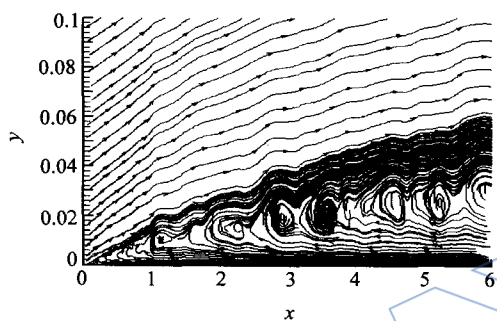
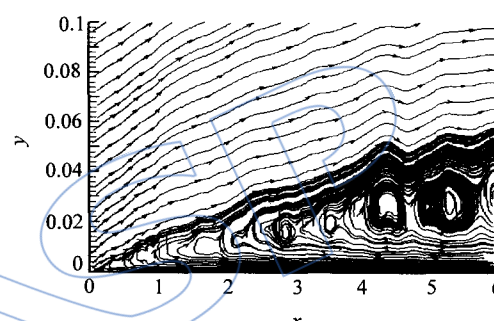
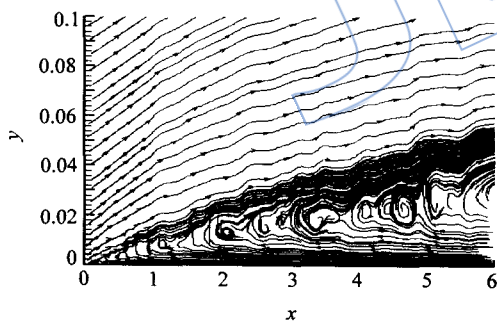
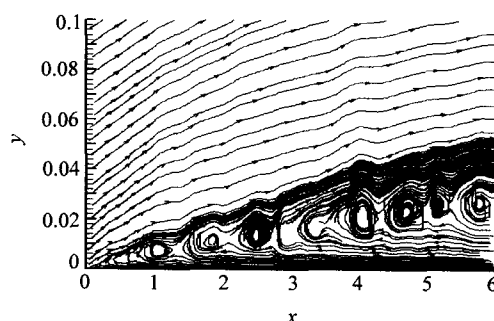
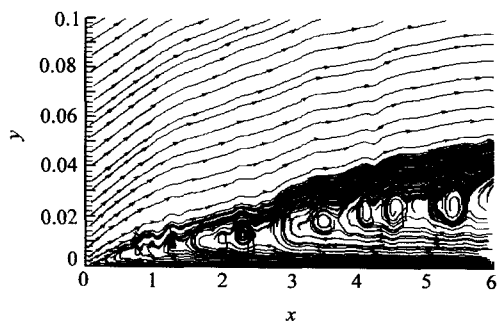
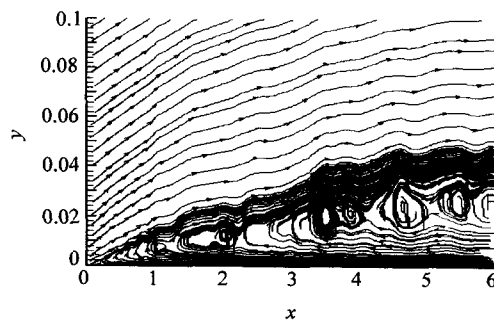
3.4 计算结果分析

图 1~图 3 是计算得到的平板边界层流线的局部。1956 年, Townsend 提出在边界层内存在所谓的“大涡”, 大涡只是出现在邻近壁面的很薄的一层薄层内。从流线图中可以看到, 在边界层内部存在着大大小小的涡团。涡团在不断地生成、长大、合并、分裂、破碎。边界层内涡的不断生成、变形和流动决定了外层界面的不规则性和非定常性, 使得在自由流和湍流之间存在明显的可以辨识的界面。界面的形状很不规则, 且不断变化, 这就是湍流边界的间歇现象。需要说明的是: 由于这些涡团非常地倾斜于壁面, 出于视觉上的考虑, 绘制流线图时, 是在一个速度为 $0.8u$ (u 为边界层外流体入口速度, 计算中为 1.0)、与流体同向运动的参照系上来进行的。

多尺度层次结构是非线性现象的共性, 在 GAO-YONG 湍流模式方程中湍流的多尺度现象对应于能量从低阶向高阶级联传递的过程, 各种阶次的运动都会形成相应尺度的视在结构。使用能量方程的一阶项就意味着只对一阶动能对应的量进行平均, 二阶以上的高阶量在计算中将得以表现; 同样, 使用能量方程的二阶项就意味着只对二阶动能对应的量进行平均, 三阶以上的高阶小量在计算中得以表现。一阶精度的能量方程计算结果和二阶精度能量方程的计算结果如图 1 和图 2 所示, 从图中可以看出, 二阶精度能量方程计算结果中附面层内的涡的个数要比一阶精度能量方程计算结果的涡的个数要多, 而且涡的大小也要比一阶精度能量方程计算结果的涡的大小要小, 这说明这些涡是一阶动能方程对应的量中滤掉第二阶动能方程对于的量而得到的, 是三阶以上的高阶量的体现。随着高阶能量方程的应用, 计算将取

得统计平均的结果,从而证明了湍流的多尺度现象与能量从低阶向高阶级联传递的过程相对应的正确性。在二阶能量方程的计算结果中有一些图

中(如图 d)看不到很多的小涡,这是由影响拟序结构计算的另一个因素—网格尺度所决定的,下面分析一下网格尺度对拟序结构的影响。

(a) $n = 2200$ (b) $n = 2400$ (c) $n = 2600$ (d) $n = 2800$ (e) $n = 3000$ (f) $n = 3200$ (g) $n = 3400$ (h) $n = 3600$

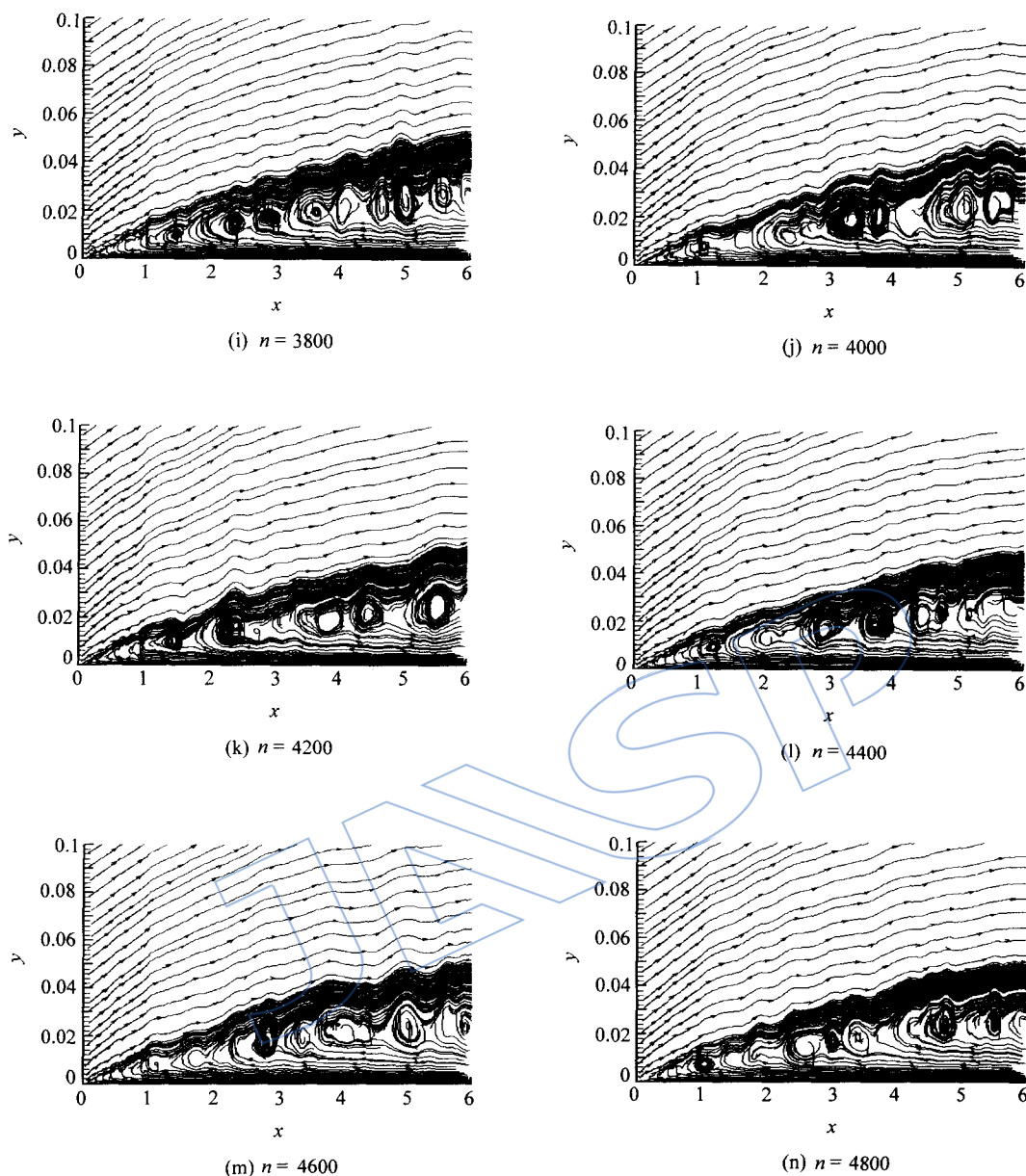
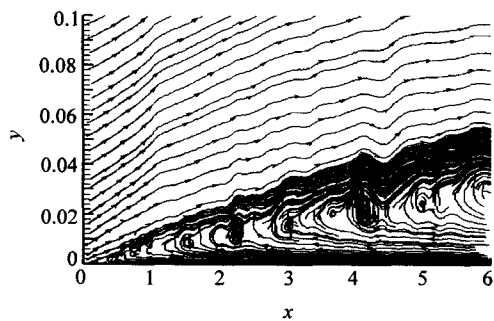
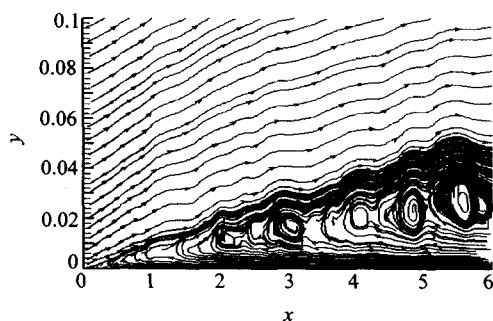
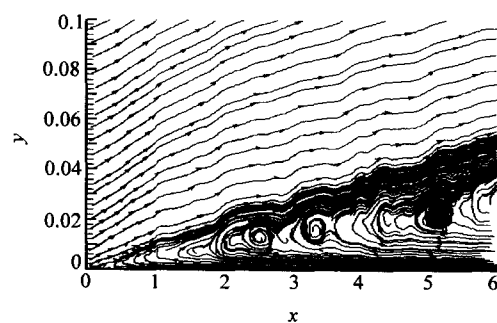
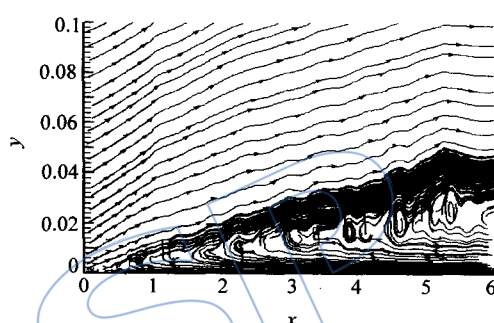
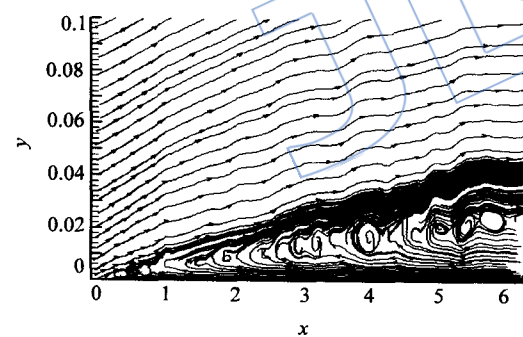
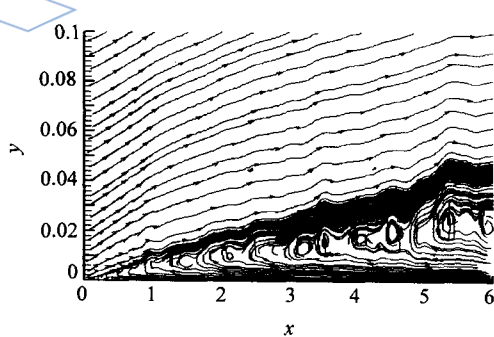
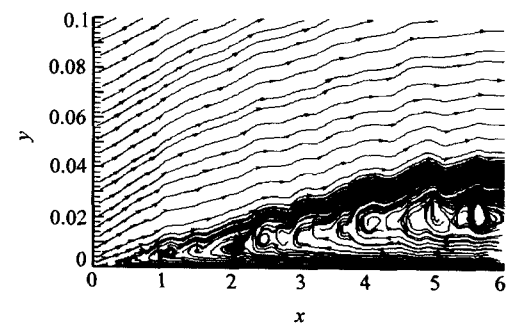
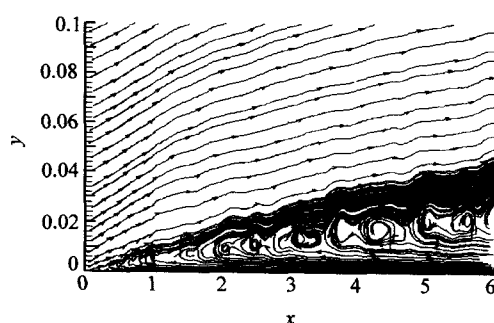


图 1 指数网格、一阶能量方程计算结果

Fig. 1 The results of caculating in the index mesh and with one order energy equation

在拟序结构的讨论中,尺度问题占有重要的地位。分维理论指出,非线性方程的解可以产生尺度为无穷多层次拟相似结构,这些不同层次的拟相似结构叠加起来呈献紊乱状态,而其每一层次的结构都是有规律的^[5]。N-S 方程可以在连续介质成立的最小尺度网格上描述湍流并且展示各种结构现象,但是在稀疏网格上,只能捕捉到该网格尺度以上的结构,比该网格尺度小的结构则被虑掉。文中用一阶能量方程在指数网格和双曲网格上计算,指数网格近壁区最小间距的量级为

10^{-9} ,双曲网格近壁区最小间距的量级为 10^{-6} ,计算结果如图 1 和图 3 所示。从图中可以看出,在指数网格下计算得到的附面层中的涡的个数要比在双曲网格下计算得到的涡的个数要多,而且涡的大小也相对双曲网格下的涡要小,说明了在双曲网格这种网格尺度下,很多高阶的拟序结构已经被虑掉,显示的只是低阶的大涡结构。这一点正好说明了在指数网格下用二阶的能量方程计算得到的结果中的一些图中看不到小涡的原因是因为在这种指数网格下,无法捕捉到这些已经被虑掉的

(a) $n = 2200$ (b) $n = 2400$ (c) $n = 2600$ (d) $n = 2800$ (e) $n = 3000$ (f) $n = 3200$ (g) $n = 3400$ (h) $n = 3600$

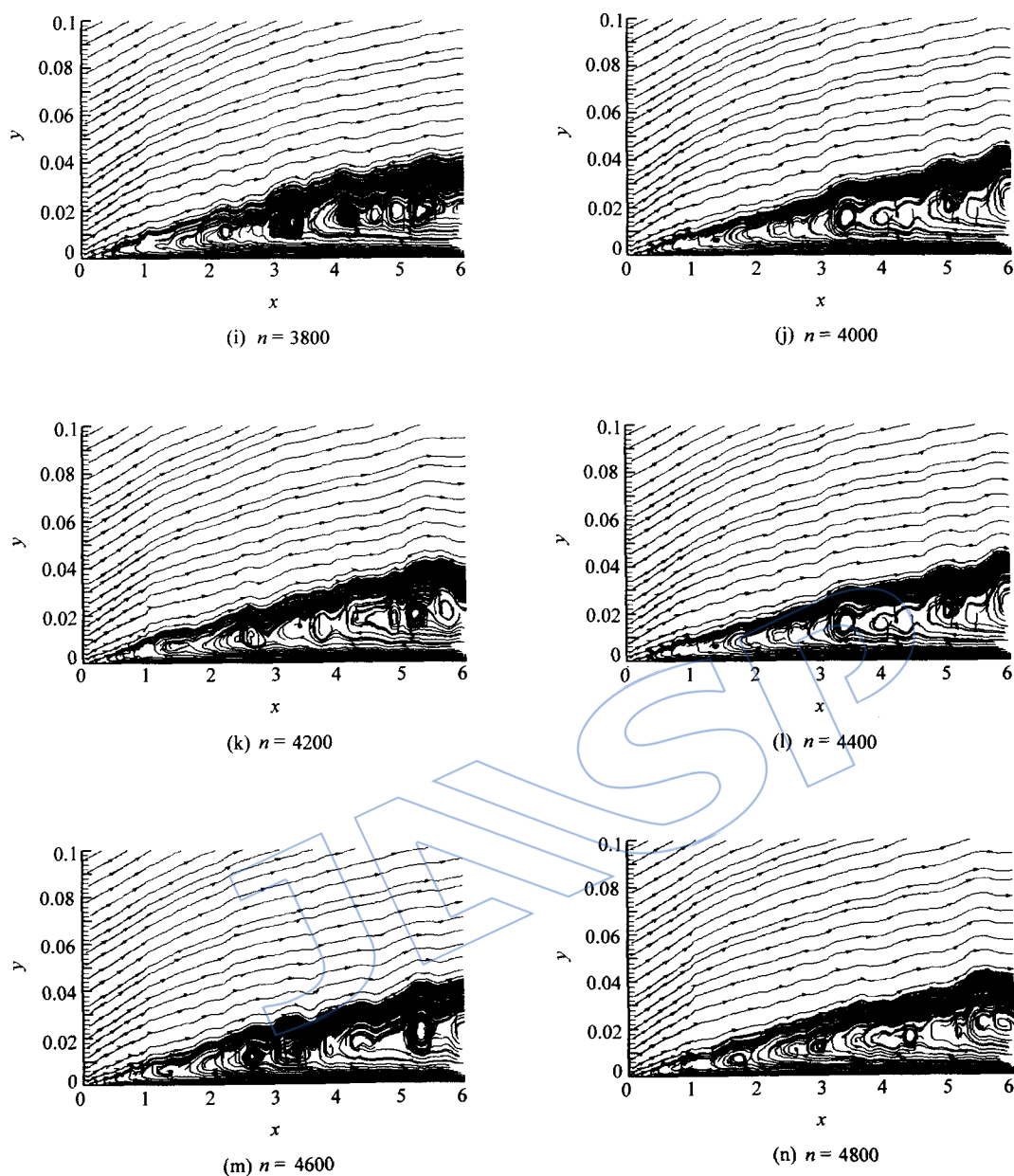


图 2 指数网格、二阶能量方程计算结果

Fig. 2 The results of caculating in the index mesh and with two order energy equation

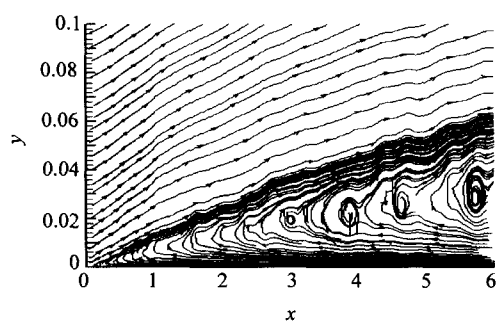
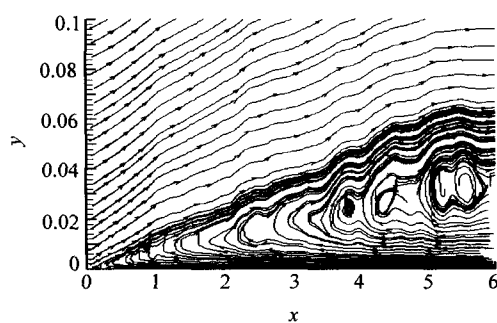
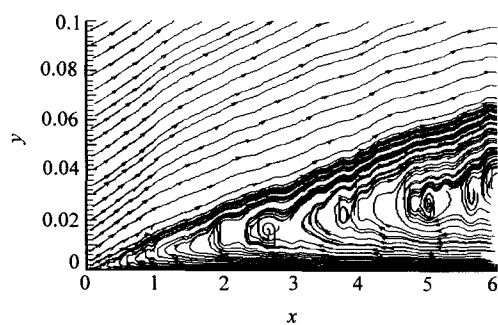
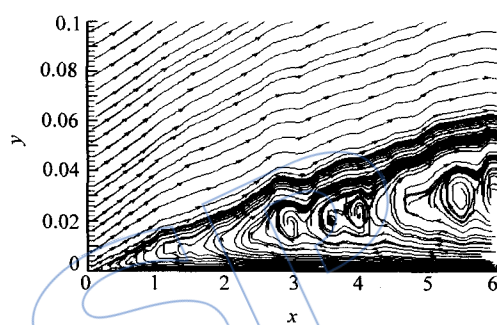
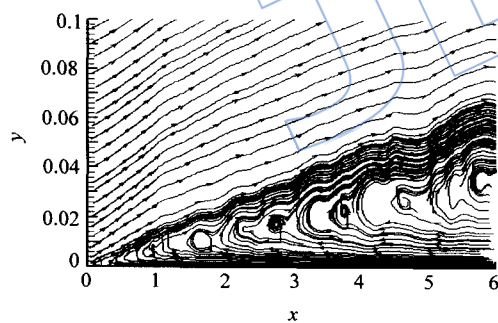
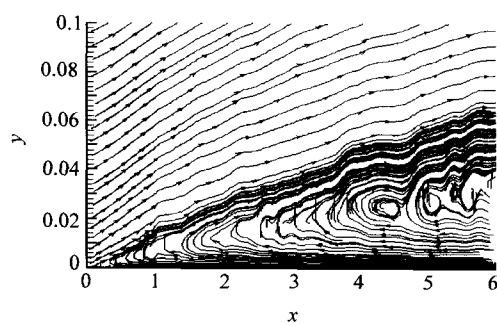
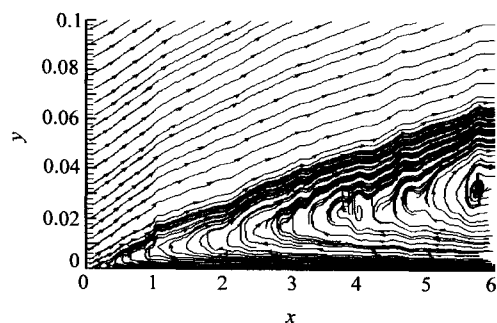
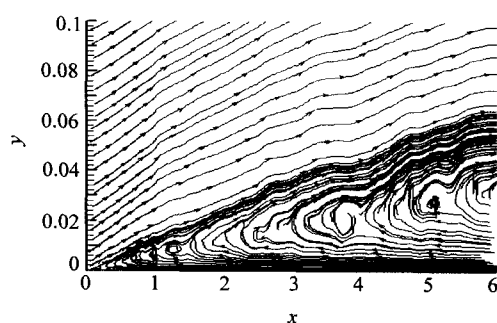
高阶拟序结构的信息。

4 结 论

(1) 湍流边界层是流体力学中一个重要的研究对象,早期人们大多数是用统计理论来描述和研究湍流边界层的。大部分统计理论的描述方法和湍流模型建立在雷诺平均的基础上,这就抹平了边界层中的一阶信息,因而也就忽视了拟序结构的存在。GAO-YONG 方程组保留了湍流脉动的一阶信息,其级数形式的能量方程对应于湍流

的多尺度现象,因此可以描述湍流边界层中的拟序结构流动。

(2) 尺度问题在拟序结构结构的讨论中占有重要的地位。非线性方程的解可以产生尺度为无穷多层次的拟相似结构, 这些不同层次的拟相似结构叠加起来呈现出紊乱的状态, 而其每一层次的结构都具有一定的规律性, 所有我们无法肯定说哪一层是有意义的, 只能是关心哪一层就研究哪一层, 所以在数值计算中, 网格尺度大小对研究拟序结构有着重要的意义。

(a) $n = 2200$ (b) $n = 2400$ (c) $n = 2600$ (d) $n = 2800$ (e) $n = 3000$ (f) $n = 3200$ (g) $n = 3400$ (h) $n = 3600$

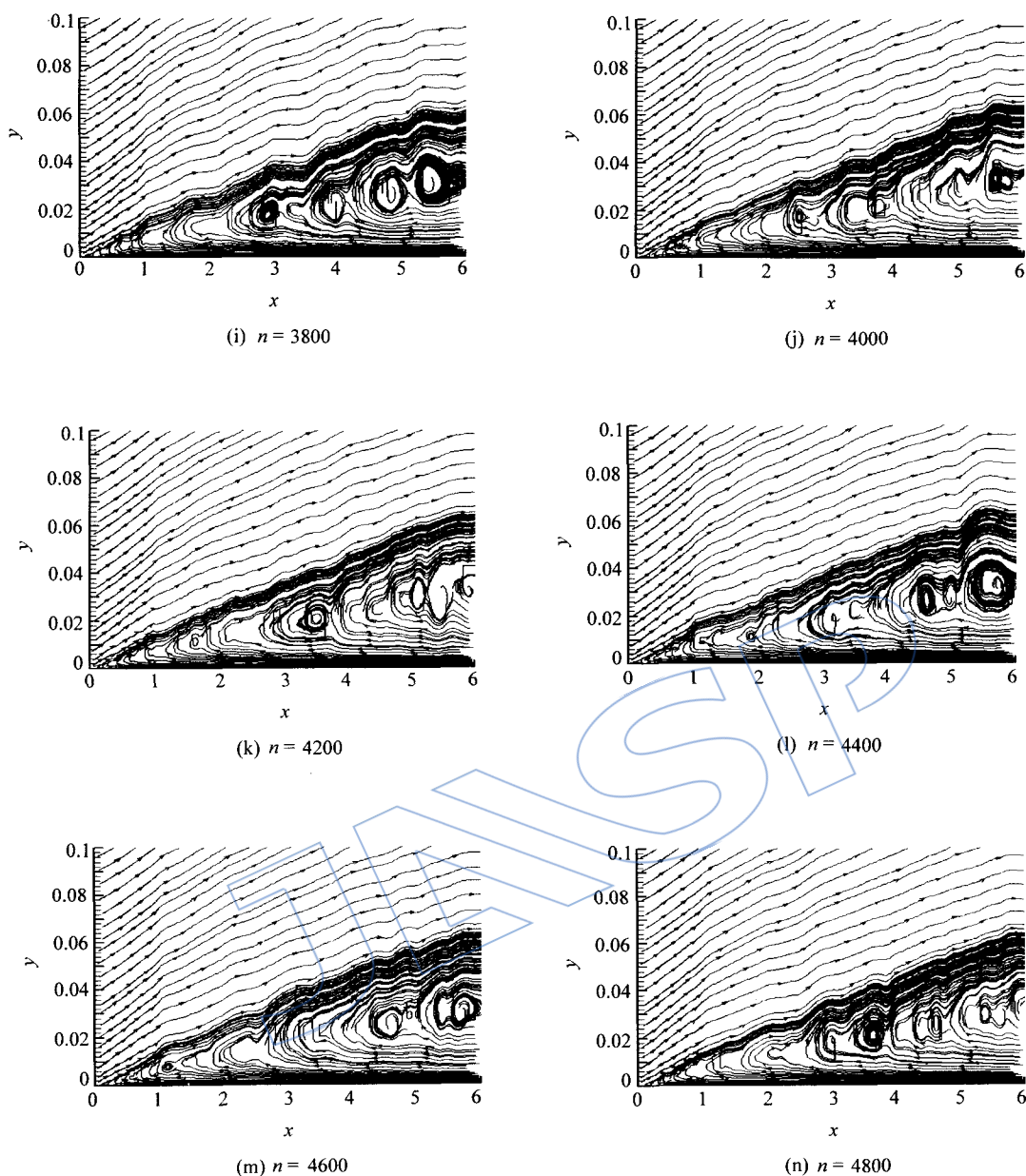


图 3 双曲网格、一阶能量方程计算结果

Fig. 3 The results of caculating in the hyperbolic mesh and with one order energy equation

(3) 计算中模拟的湍流边界层是二维情况下的拟序流动, 程序中使用实度系数来弥补相对于三维计算的不足。真实的拟序流动、拟序结构都是三维的, 要获得拟序结构更为详细的信息, 需要进行三维流场的数值研究。

参考文献:

- [1] 蔡树棠, 刘宇陆. 湍流相干结构的机理研究(I)光滑壁边界层相干结构物理模型[J]. 应用数学和力学, 1995, 16(4):

301-305.

- [2] 高歌, 熊焰. 可压湍流平均流与拟序流的各向异性模式理论及其数值验证[J]. 航空动力学报, 2000, 15(1): 1-12.
 [3] 李维冰, 高歌. 解决湍流圆/平射流异常现象的数值研究[J]. 航空动力学报, 2001, 16(3): 262-266.
 [4] 陈广业, 高歌. 使用 GAO-YONG 方程组对不可压转捩/湍流平板边界层的计算[J]. 航空动力学报, 2003, 18(1): 1-7.
 [5] 吴介之, 马晖扬, 周明德. 涡动力学引论[M]. 北京: 高等教育出版社, 1993: 545.